

СОГЛАСОВАН

решением Ученого совета
АНО ВО «МБИ
имени Анатолия Собчака»
(протокол от «25» декабря 2025 г. № 7)

УТВЕРЖДЕН

приказом ректора
АНО ВО «МБИ
имени Анатолия Собчака»
от «30» декабря 2025 г. № 59

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ по дисциплине **Математика**

Специальность
38.05.01 Экономическая безопасность

Специализация:
Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

уровень образования
высшее образование - специалист

форма обучения
очная

год набора
2026

Санкт-Петербург
2025

СОДЕРЖАНИЕ

1.	ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	3
1.	Рабочей программой дисциплины (модуля) предусмотрено формирование следующих компетенций:.....	3
2.	СТРУКТУРА ФОС ПО ДИСЦИПЛИНЕ	3
3.	ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КОМПЕТЕНЦИЙ	5
4.	ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА.....	6
5.	ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	7
5.1.	ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:	7
5.2.	КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ.....	7
5.3.	ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ.....	19
6.	МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ	25
7.	7.ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ.....	26
7.1.	ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ.....	28
7.2.	ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ.....	28

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Фонд оценочных средств предназначен для оценки результатов обучения по учебной дисциплине.

Рабочей программой дисциплины (модуля) предусмотрено формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-1. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.	ОПК-1.1. Формирует стандартные теоретические и экономические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.	Знает. Математический аппарат (линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей, статистика). Способы формализации и постановки экономических задач (например, максимизация прибыли или минимизация издержек). Базовые принципы классификации экономико-математических моделей. Умеет: Переводить реальные бизнес-процессы на язык математики. Строить экономико-математические модели и применять методы математического программирования. Использовать прикладное программное обеспечение для расчетов и оптимизации Приобретает навыки: Навыки точной интерпретации результатов, полученных при математическом моделировании. Навык оценивать риски, обосновывать управленческие решения и делать экономические прогнозы на основе численных данных

1.2. Входной уровень знаний, умений, опыта деятельности, требуемых для формирования компетенции

- на уровне знаний: методов и моделей линейной алгебры для решения прикладных задач
- теорем линейной алгебры и аналитической геометрии
- логики доказательств важнейших теорем, лежащих в основе изучаемых в курсе линейной алгебры и аналитической геометрии
- на уровне умений: базирующиеся на моделях линейной алгебры
- анализировать и обобщать информацию
- обобщать, анализировать, воспринимать информацию, формулировать цель и выбирать пути ее достижения
- на уровне навыков: применение методов и моделей линейной алгебры при решении прикладных задач
- формулирования выводов на основе полученных результатов вычисления
- решения математических задач, используемых при принятии решений на основе статистической информации;

2. СТРУКТУРА ФОС ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Оценка проводится методом сопоставления параметров продемонстрированной обучающимся продукта деятельности с заданными эталонами и стандартами по критериям.

Таблица – 1.1. Объекты оценивания и наименование оценочных средств

Номер и наименование разделов/тем	Формы текущего контроля успеваемости / промежуточной аттестации	Объекты оценивания	Вид занятия / Наименование оценочных средств	Форма проведения оценки Устная/ письменная
Тема 1. Элементы теории множеств. Числа. Натуральные. Рациональные. Действительные. Комплексные.	Текущий контроль	Понятия множества, способы задания и графического представления, операции над множествами. Действительные числа и их основные свойства. Метрическое пространство. Модели представления комплексных чисел. Алгебраическая форма представления комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы представления комплексных чисел.	ДП – доклад с презентацией, Т – тест задания	устная/ письменная
Тема 2. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.	Текущий контроль	Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Основные понятия и определения. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса. Система m линейных уравнений с n переменными. Системы линейных однородных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.	доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа	Устная письменная
Тема 3. Вектора на плоскости и в пространстве. Элементы аналитической геометрии.	Текущий контроль	Понятия n -мерного вектора и векторного пространства. Скалярное и векторное произведение. Размерность и базис векторного (линейного) пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Системы координат. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и их свойства. Простейшие задачи аналитической геометрии. Решение задач аналитической геометрии с использованием свойств векторов. Алгебраические линии первого порядка. Уравнение прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых и точек. Алгебраические линии второго порядка. Окружность и эллипс. Гипербола и парабола. Плоскость и прямая в пространстве.	доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа	Письменная Устная
Тема 4. Введение в анализ.	Текущий контроль	Понятие функции. Основные свойства функций и их классификация. Элементарные функции. Преобразование графиков. Понятие числовой последовательности. Предел функции и числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Непрерывность функции. Теоремы о непрерывных функциях.	доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа	Устная письменная
Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Текущий контроль	Понятие производной функции. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные неявной и параметрически заданной функции. Понятие производных высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Понятие о дифференциалах высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функций.	доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа	Устная письменная

		Характерные точки функций и характерные линии их графиков (экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке и интервале, выпуклость функции, точки перегиба, асимптоты графика функции). Общая схема исследования функций и построения их графиков.		
Тема 6. Функции нескольких переменных.	Текущий контроль	Понятия функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные и полный дифференциал функции. Производная по направлению, градиент функции. Экстремумы функции многих переменных, необходимое и достаточное условие экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.	доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа	Письменная устная
Тема 7. Интегральное исчисление.	Текущий контроль	Понятия первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Методы интегрирования (метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегрирование простейших рациональных дробей, интегрирование некоторых видов иррациональностей, интегрирование тригонометрических функций). Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Понятие двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрическая интерпретация двойного интеграла.	доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа	Письменная Устная
Тема 8. Числовые и степенные ряды.	Текущий контроль	Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов. Радиус сходимости степенного ряда. Ряды Маклорена и Тейлора.	доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа	Письменная Устная
Тема 9. Дифференциальные уравнения.	Текущий контроль	Основные понятия. Общее и частные решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши (условие существования и единственности решения). Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	доклад с презентацией Тест Задания коллоквиум Контрольная работа	Письменная Устная
Все темы и разделы:	Промежуточная аттестация	Обобщенные результаты обучения по овладению теоретическими знаниями и практическими навыками	Т – тест (1-30)	Письменная

3. ПОКАЗАТЕЛИ И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценка знаний, умений, владений выражается в пятибалльной системе.

Таблица 3.1 – Текущий контроль

№	Виды работ	Критерии оценивания
---	------------	---------------------

п/п		Неудовлетворительно (2 балла)	Удовлетворительно (3 балла)	Хорошо (4 балла)	Отлично (5 баллов)
1	Работа на лекциях	Отсутствие участия студента в работе на занятии	Единичное высказывание	Высказывание суждений, активное участие в работе на занятии	Высказывание неординарных суждений, активное участие в работе на занятии
2	Работа на практических занятиях, решение общих практических задач	Отсутствие участия в обсуждении, решении, неправильное решение	Единичное высказывание, решение ошибками	Высказывание суждений, активное участие в ходенеорординарных суждений, решения, правильное решение с отдельными замечаниями	Высказывание неординарных суждений, активное участие в ходенеорординарных суждений, решения, правильное решение без ошибок
3	Работа на практических занятиях, решение индивидуальных практических задач	Отсутствие участия в обсуждении, решении, неправильное решение	Единичное высказывание, решение ошибками	Высказывание суждений, активное участие в ходенеорординарных суждений, решения, правильное решение с отдельными замечаниями	Высказывание неординарных суждений, активное участие в ходенеорординарных суждений, решения, правильное решение без ошибок

Критерии оценивания формулируются для каждой компетенции и отражают деятельность обучающегося, поддающуюся измерению.

Таблица 3.2 – Обобщенные критерии оценивания освоения компетенции

Неудовлетворительно (2 балла)	Удовлетворительно (3 балла)	Хорошо (4 балла)	Отлично (5 баллов)
Компетенция не освоена. Обучающийся не показывает знания, входящие в состав компетенции, не понимает их необходимость и/или не может их применять	Компетенция освоена. Обучающийся показывает общие знания, входящие в состав компетенции, имеет представление об их применении, умение извлекать и использовать основную информацию из полученных знаний	Компетенция освоена. Обучающийся показывает полноту знаний, демонстрирует умения и навыки решения типовых задач	Компетенция освоена. Обучающийся показывает глубокие знания, демонстрирует умения и навыки решения сложных задач, умение принимать решения, создавать и применять документы, связанные с профессиональной деятельностью; способен самостоятельно решать проблему/задачу на основе изученных методов, приемов и технологий.

4. ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА

Таблица 4.1 – Шкала критериев оценивания компетенций

Оценка	Содержание
Неудовлетворительно (2 балла)	Демонстрирует непонимание проблемы, не восприятие материала. Работа незакончена и/или это плагиат
Удовлетворительно (3 балла)	Демонстрирует частичное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых, к заданию выполнены. Владение элементами заданного материала. В основном выполненный материал понятен и носит целостный характер
Хорошо (4 балла)	Демонстрирует значительное понимание проблемы обозначенной дисциплиной. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Содержание выполненных заданий раскрыто и рассмотрено с разных точек зрения
Отлично (5 баллов)	Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию выполнены. Продемонстрировано уверенное владение материалом дисциплины. Выполненные задания носят целостный характер, выполнены в полном объеме, структурированы, представлены различные точки зрения, продемонстрирован творческий подход

Шкалы оценивания и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

5. ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ:

Таблица - 5.1 Перечень заданий текущего контроля и их наименование

Наименование оценочных средств	Содержание задания
Доклад с презентацией	Общее и частные решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши (условие существования и единственности решения). Неполные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
коллоквиум	1. Определение множества. Приведите основные понятия и определения 2. Перечислите виды числовых множеств 3. Перечислите основные операции над множествами.
задания	1. Приведите диаграммы Венна для основных операций над множествами 2. Изобразите на координатной прямой перечисленные множества: а) $N, (-1,5 \leq x \leq 6,7)$; б) $M = \{x x \in A\}$ $A = \{x x < 0\}$; $Z, B = \{x -3 < x < 7\}$
Контрольная работа	Задайте множество другим способом (если это возможно): $N, (x \leq 9)$; б) $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ Найдите пересечение множеств $A = \{a, b, c, d, e\}$ и $B = \{b, d, e, g, k\}$. Найдите объединение множеств A и B , если $A = \{x -2/5 \leq x \leq 7/3\}$, $B = \{x -1/4 \leq x \leq 3\}$.
Тест	1. Комплексные числа были введены для получения дополнительных возможностей при решении: а) систем линейных уравнений б) квадратных уравнений в) показательных уравнений г) тригонометрических уравнений

5.2 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Первая контрольная точка - в форме доклада (письменная).

Темы докладов: Темы докладов с презентацией

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.
2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.
3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.
4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.
5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.
9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.
11. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
12. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
13. Минор. Алгебраическое дополнение.
14. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
15. Свойства определителей (семь свойств).

16. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
17. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
18. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
19. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
20. Минор k -го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
21. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
22. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
23. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.
24. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
25. Линейное уравнение. Понятие системы m линейных уравнений с n неизвестными.
26. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.
27. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.
28. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.
29. Системы n линейных уравнений с n неизвестными.
30. Матричный способ решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.
31. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.
32. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по формулам Крамера.
33. Понятие систем m линейных уравнений с n неизвестными.
34. Теорема Кронекера-Капелли.
35. Алгоритм метода Гаусса.
36. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
37. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
38. Гипотеза линейности Леонтьева. Коэффициент прямых затрат.
39. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.

Методические рекомендации:

Обучающийся может подготовить не более пяти докладов с презентацией. Критерии оценки одного доклада с презентацией: 5 баллов выставляется обучающемуся, если он перечисляет все существенные характеристики обозначенного в вопросе предмета и возможные варианты дальнейшего развития решения проблемы, если это возможно; 4 балла, если студент раскрыл только часть основных положений вопроса, продемонстрировал неточность в представлениях о предмете вопроса; 3 балла, если студент обозначил общую траекторию ответа, но не смог конкретизировать основные компоненты; 2 балла, если студент не продемонстрировал знаний основных понятий, представлений об изучаемом предмете.

Методические указания по написанию доклада с презентацией. Требования, предъявляемые к докладу с презентацией:

1. Объем доклад не должен превышать 5-8 страниц. Печать производится через 1,5 интервала, размер шрифта 14, с выравниванием по ширине. Левое поле листа 30 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее 20 мм. Текст должен оформляться абзацами с отступом 1,25 см.
2. Эссе должно восприниматься как единое целое, идея должна быть ясной и понятной.
3. Необходимо писать коротко и ясно. Эссе не должно содержать ничего лишнего, должно включать только ту информацию, которая необходима для раскрытия вашей позиции, идеи.
4. Доклад должно иметь грамотное композиционное построение, быть логичным, четким по структуре.
5. Каждый абзац доклад должен содержать только одну основную мысль.
6. Доклад должен показывать, что его автор знает и осмысленно использует теоретические понятия, термины, обобщения, мировоззренческие идеи.
7. Доклад должен содержать убедительную аргументацию заявленной по проблеме позиции.

контрольная точка - в форме теста (письменная).

Тесты

азвание темы	Тестовые задания по дисциплине
--------------	--------------------------------

дисциплины	
1. Векторные (линейные) пространства.	Найдите ранг заданной системы векторов $V = \{v_1, v_2, v_3\}$ из R^3: $v_1 = (1, 2, -5)$, $v_2 = (2, 1, -4)$, $v_3 = (-1, -1, 3)$. Найдите ранг заданной системы многочленов $V = \{x^2 + x, 2 - x, 2x + 1, 2x^2 - 1, x^2 + 1\}, x \in R$ $V = \{x^2 + x, 2 - x, 2x + 1, 2x^2 - 1, x^2 + 1\}, x \in R$, выберите базис системы V, найдите координаты базиса.
2. Матрицы и определители.	$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & t \\ 0 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & t \\ 0 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ При каких значениях числового параметра t матрица A не имеет обратной? Найдите $A^{-1} A^{-1}$ при $t = -1$. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ $f(x) = x^2 - 2x + 3$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = f(A)$. Найдите сумму алгебраических дополнений всех элементов матрицы B.
3. Решение систем линейных алгебраических уравнений.	Решите систему линейных уравнений. Выберите, если это возможно, решение с отрицательными компонентами. Укажите базисные решения соответствующей однородной системы. $\begin{matrix} x_1 & -2x_2 & -x_4 & 0 & x_1 & -2x_2 & -x_4 & 0 \\ x_2 & -x_3 & +2x_4 & 1 & x_2 & -x_3 & +2x_4 & 1 \\ 2x_1 & -5x_2 & +x_3 & -4x_4 & 2x_1 & -5x_2 & +x_3 & -4x_4 \end{matrix}$ Исследуйте квадратную систему линейных уравнений при различных значениях вещественного параметра λ. Решите, если это возможно, данную систему методом Крамера при $\lambda = 2$.
	$\begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 = -\lambda \end{cases} \begin{cases} -x_1 + \lambda x_2 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 = -\lambda \end{cases}$ Определите, сколько решений имеет система при различных значениях вещественных параметров p и q. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = p \\ 5x_1 - 8x_2 + 9x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + qx_3 = -1 \end{cases} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = p \\ 5x_1 - 8x_2 + 9x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + qx_3 = -1 \end{cases}$
4. Аффинные системы координат.	Найти скалярное и векторное произведение двух векторов, заданных своими координатами в ДПСК Найти площадь треугольника, построенного на двух заданных векторах. Написать различные формы уравнения окружности с центром в начале координат радиуса 2.

5. Прямые и плоскости	$M_0 = p_1 \cap p_2$. Задайте прямую p_3, проходящую через M_0 и перпендикулярную p_1. Найдите расстояние от точки M до прямой p_3. $p_1: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; p_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}; M(0,3)$ $p_1: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}; p_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}; M(0,3)$. Задайте прямую p, проходящую через точки A и B. Докажите, что отрезок пересекает плоскость π в некоторой точке M. Найдите координаты точки M. $A(2,0,-1); B(-1,6,5); \pi: 2x - y + 3z - 3 = 0$ Напишите общее уравнение плоскости π,
	проходящей через прямые p_1 и p_2. $p_1: \frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}; p_2: \frac{x-8}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-2}$
6. Комплексные числа. Многочлены.	Выполнить операции с комплексными числами: . Найдите . Разложить многочлен на множители над полем вещественных и комплексных чисел. Найдите ранг заданной системы многочленов $V = \{x^2 + x, 2 - x, 2x + 1, 2x^2 - 1, x^2 + 1\}, x \in \mathbb{R}$ $V = \{x^2 + x, 2 - x, 2x + 1, 2x^2 - 1, x^2 + 1\}, x \in \mathbb{R}$, выберите базис системы V, найдите координаты каждого многочлена в выбранном базисе.
7. Рациональные дроби.	Разложить рациональную дробь на простейшие, используя метод неопределенных коэффициентов. Выделить целую часть неправильной рациональной дроби.
8. Кривые второго порядка.	Определить тип кривой второго порядка по ее уравнению в ДПСК. Написать уравнения асимптот гиперболы, заданной каноническим уравнением, найти ее эксцентриситет. Написать уравнение касательной к эллипсу.
9. Элементы многомерной геометрии.	Нарисовать годограф заданной вектор-функции Написать уравнение касательной к годографу вектор-функции в заданной точке
10. Линейные операторы	Найти собственные числа и соответствующие множества собственных векторов квадратных матриц:

	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ $A = A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
11. Векторные функции скалярного аргумента	Нарисовать годограф заданной вектор-функции написать уравнение касательной к годографу вектор-функции в заданной точке

Инструкция по выполнению. Выбрать один правильный ответ

Критерии оценивания: • 5 баллов выставляется, если обучающийся ответил правильно на 100-85% заданий теста; • 4 балла выставляется, если обучающийся ответил на 84-69 % заданий; • 3 балла выставляется, если обучающийся ответил на 68-50% заданий; 2 балла выставляется, если обучающийся ответил менее, чем на 50 % заданий.

Контрольная точка в форме коллоквиума (устная).

Вопросы для коллоквиума

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Определение матрицы. Элементы матрицы. Значение индексов элементов. Размерность матрицы.
2. Матрица – строка. Матрица – столбец. Одноэлементная матрица.
3. Квадратная матрица. Главная диагональ. Побочная диагональ.
4. Диагональная матрица. Единичная матрица. Нуль – матрица.
5. Равные матрицы. Транспонированная матрица. Симметрическая матрица.
6. Сумма матриц. Разность матриц. Условие существования суммы и разности матриц.
7. Свойства операции сложения матриц.
8. Произведение матрицы на число. Свойства операции умножения матрицы на число.
9. Произведение матриц. Условие существования произведения матриц.
10. Возведение матрицы в степень.
11. Понятие определителя и обозначения. Определитель первого порядка. Определитель второго порядка.
12. Определитель третьего порядка (формула). Правило треугольников.
13. Минор. Алгебраическое дополнение.
14. Теорема Лапласа. Вид определителя, для которого вычисления по теореме Лапласа упрощаются.
15. Свойства определителей (семь свойств).
16. невырожденная матрица. Обратная матрица. Соотношение, которое выполняется для обратной матрицы.
17. Нахождение обратной матрицы с помощью присоединенной.
18. Элементарные преобразования строк матрицы. Эквивалентные матрицы.
19. Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.
20. Минор k-го порядка. Определение ранга матрицы (через миноры).
21. Свойства ранга матрицы. Базисный минор.
22. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
23. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.
24. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Линейное уравнение. Понятие системы m линейных уравнений с n неизвестными.
2. Решение системы линейных уравнений. Совместные и несовместные системы линейных уравнений.
3. Определенные и неопределенные системы линейных уравнений. Частное и общее решение.
4. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Тривиальные и противоречивые уравнения.
5. Системы n линейных уравнений с n неизвестными.
6. Матричный способ решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.
7. Главный и вспомогательные определители системы. Правило Крамера решения систем n линейных уравнений с n неизвестными.
8. Особые случаи при решении систем линейных уравнений по формулам Крамера.
9. Понятие систем m линейных уравнений с n неизвестными.

10. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Алгоритм метода Гаусса.
12. Представление процесса производства за определенный период (таблица с пояснением).
13. Соотношения баланса. Натуральный и стоимостный межотраслевые балансы.
14. Гипотеза линейности Лентьева. Коэффициент прямых затрат.
15. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат.
16. Уравнение линейного межотраслевого баланса.
17. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица.
18. Критерии продуктивности. Чистая продукция.

Вопросы к коллоквиуму №3

1. Линейные операции над векторами.
2. Коллинеарные и компланарные векторы.
3. Скалярное произведение.
4. Векторное произведение.

Вопросы к коллоквиуму №4

1. Простейшие задачи аналитической геометрии (расстояние между двумя точками; площадь треугольника; деление отрезка в данном отношении).
2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой заданной точкой и угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой заданной двумя точками.
5. Общее уравнение прямой.
6. Уравнение прямой в отрезках.
7. Взаимное расположение двух прямых заданных в общем виде.
8. Угол между прямыми.
9. Условия параллельности и перпендикулярности.
10. Расстояние от точки до прямой.
11. Уравнение плоскости заданной точкой и вектором нормали.
12. Общее уравнение плоскости.
13. Уравнение плоскости в отрезках.
14. Взаимное расположение двух плоскостей.
15. Общее уравнение прямой в пространстве.
16. Канонические уравнения прямой.
17. Параметрические уравнения прямой.
18. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
19. Взаимное расположение прямой и плоскости.
20. Окружность, эллипс (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график; эксцентриситет эллипса).
21. Гипербола (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график; сопряженная гипербола; эксцентриситет гиперболы).
22. Парабола (определение; основные обозначения; каноническое уравнение; график).

Вопросы к коллоквиуму №5

1. Определение линейного пространства. Аксиомы линейного пространства.
2. n -мерный арифметический вектор. Сумма, произведение арифметических векторов.
3. n -мерное арифметическое векторное пространство.
4. Система, подсистема и линейная комбинация векторов.
5. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
6. Базис и ранг системы векторов.
7. Базис и размерность линейного пространства.
8. Системы линейных однородных уравнений. Тривиальное решение.
9. Существование различного числа решений однородной системы линейных уравнений.
10. Фундаментальная система решений (понятие, две теоремы).
11. Алгоритм построения фундаментальной системы решений.
12. Связь между однородными и соответствующими неоднородными системами линейных уравнений.
13. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода

Вопросы к коллоквиуму №6

1. Скалярное произведение векторов.

2. Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство.
3. Длина вектора и ее свойства.
4. Угол между векторами.
5. Ортогональные векторы и их свойства.
6. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.
7. Процесс ортогонализации.

Вопросы к коллоквиуму №7

1. Оператор, образ, прообраз.
2. Линейный оператор.
3. Матрица линейного оператора.
4. Связь между образом и прообразом.
5. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
6. Равные операторы. Действия над операторами.
7. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
8. Свойства собственных векторов и собственных значений линейного оператора.
9. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора.
10. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
11. Спектр линейного оператора. Оператор с простым спектром.
12. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
13. Линейное преобразование переменных.
14. Эквивалентные квадратичные формы.
15. Канонический вид квадратичной формы.
16. Метод Лагранжа.
17. Метод ортогональных преобразований.
18. Закон инерции квадратичных форм.
19. Классификация квадратичных форм.
20. Критерий Сильвестра.
21. Простая модель обмена. Матрица обмена.
22. Модель международной торговли. Структурная матрица торговли

Вопросы к коллоквиуму №8

1. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
2. Линейное преобразование переменных.
3. Эквивалентные квадратичные формы.
4. Канонический вид квадратичной формы.
5. Метод Лагранжа.
6. Метод ортогональных преобразований.
7. Закон инерции квадратичных форм.
8. Классификация квадратичных форм.
9. Критерий Сильвестра.

Методические рекомендации:

Обучающийся может подготовить не более двух ответов на вопросы к коллоквиуму. Критерии оценивания одного ответа: 5 баллов выставляется обучающемуся, если он перечисляет все существенные характеристики обозначенного в вопросе предмета и возможные варианты дальнейшего развития решения проблемы, если это возможно; 4 балла, если студент раскрыл только часть основных положений вопроса, продемонстрировал неточность в представлениях о предмете вопроса; 3 балла, если студент обозначил общую траекторию ответа, но не смог конкретизировать основные компоненты; 2 балла, если студент не продемонстрировал знаний основных понятий, представлений об изучаемом предмете

Контрольная точка - в форме заданий (письменная).

Контрольные задания:

1. Вычислить норму $\| [3a - b, 7b - 2a] \|$,
если $\|a\| = 2, \|b\| = 3, \varphi = \frac{\pi}{3}$

2. Вычислить: $\sqrt[3]{-8i}$;
3. Можно ли построить параллелепипед на векторах: $\vec{x} = \vec{i} - \vec{k}$; $\vec{y} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$;
 $\vec{z} = \vec{j} - 2\vec{k}$.
4. Определить тип кривой и найти ее характеристики
 $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$;
5. Вычислить $\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & y & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & z & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b \end{vmatrix}$
6. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x - y = (-1, 0, 0) \\ x + 2y - z = (-2, -2, 1) \\ y + z = (-2, -5, 0) \end{cases}$
7. Достроить базис до ортогонального $\vec{x} = \{0; 4; -1\}$, $\vec{y} = \{4; 1; 4\}$
8. Найти обратную матрицу, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
9. Решить неравенство $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 0$.
10. Проверить, лежат ли точки в одной плоскости, если A(2,1,-1), B(0,0,0), C(1,1,-1), D(3,2,-1).
11. Найти угол между прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{2}$ и
 плоскостью $2x + y - 4z + 1 = 0$.

1 вариант

- 1) Выполнить в алгебраической форме: $\frac{(1+2i)^2 - (2-i)^2}{(1-i)^3 + (2+i)^2}$
- 2) Решить уравнение:
 $z^2 + 4z + 29 = 0$;
- 3) Решить геометрически:
 $\begin{cases} 2 < |\bar{z}| < 3 \\ -\frac{\pi}{2} \leq \arg z < 0 \end{cases}$;
- 4) Выполнить: $\sqrt[3]{2 - 2i}$;
- 5) Выполнить в показательной форме: $\frac{(1+i)^7}{(\sqrt{3}-i)^5}$

2 вариант

- 1) Выполнить в тригонометрической форме: $(1+i)^{25}$
- 2) Решить уравнение:
 $z^3 - 1 = 0$;
- 3) Решить геометрически: $|z - 1 - i| < 1$
- 4) Выполнить: $\sqrt[3]{4 + 4i}$;
- 5) Выполнить в показательной форме: $\frac{(1+\sqrt{3}i)^3}{(1-i)^5}$

3 вариант

- 1) Выполнить в алгебраической форме: $\frac{(3+i)^2 - (2-i)^3}{(1+i)^4 + 2+i}$
- 2) Решить уравнение:
 $z^4 - 1 = 0$;
- 3) Решить геометрически:
 $\begin{cases} 1 < z * \bar{z} < 4 \\ |z| \leq 1 \end{cases}$
- 4) Выполнить в показательной форме: $\sqrt[4]{-4}$;
- 5) Выполнить в тригонометрической форме: $\frac{(2+2i)^3}{(\sqrt{3}-i)^4}$

4 вариант

- 1) Выполнить в алгебраической форме: $\frac{(1+2i)^2 - (2-i)^2}{(1-i)^3 + (2+i)^2}$
- 2) Решить уравнение:
 $z^2 + 6z + 13 = 0;$
- 3) Решить геометрически:
 $2 < |z| < 3$
- 4) Выполнить: $\sqrt[3]{2\sqrt{3} - 2i};$
- 5) Выполнить в показательной форме: $\frac{(1+i)^4}{(-\sqrt{3}+i)^5}$

5 вариант

- 1) Выполнить в алгебраической форме: $\frac{3}{1+2i} + (2-i) * (4+3i)$
- 2) Решить уравнение:
 $z^3 - 8 = 0;$
- 3) Решить геометрически:
 $\begin{cases} \sqrt{z} * \bar{z} > 3 \\ |arg z| < \frac{\pi}{4} \end{cases}$
- 4) Выполнить: $\sqrt[3]{-8 - 8i};$
- 5) Выполнить в показательной форме: $\frac{(-i)^3}{(\sqrt{3}-i)^2}$

6 вариант

- 1) Выполнить в алгебраической форме: $(3-4i) * (1+i)^2 + \frac{5}{3+i}$
- 2) Решить уравнение:
 $z^2 - 2i + 5 = 0;$
- 3) Решить геометрически:
 $\begin{cases} |z-1| < 2 \\ |arg z| \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$
- 4) Выполнить: $\sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i};$
- 5) Выполнить в показательной форме: $\frac{(-1+\sqrt{3}i)^3}{(2+2i)^4}$

7 вариант

- 1) Выполнить в алгебраической форме: $\frac{(3-4i)*(1+i)^2}{3+i}$
- 2) Решить уравнение:
 $z^3 + 27 = 0;$
- 3) Решить геометрически:
 $\begin{cases} |z+i| > 2 \\ |arg z| \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$
- 4) Выполнить: $\sqrt[4]{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i};$
- 5) Выполнить в показательной форме: $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$

8 вариант

- 1) Выполнить в алгебраической форме: $(-i)^{27}$
- 2) Решить уравнение:
 $z^4 - 81 = 0;$
- 3) Решить геометрически:
 $\begin{cases} |z+2i| > 1 \\ 1 < |Im z| \leq 2 \end{cases}$

4) Выполнить: $\sqrt[3]{-1+i}$;

5) Выполнить в показательной форме: $\frac{(1+i)^4}{(2\sqrt{3}-2i)}$

Критерии оценивания. «отлично» – студент правильно выполнил задание. Показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы; «хорошо» – студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов; «удовлетворительно» – студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей; «неудовлетворительно» – при выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения умениями и навыками при решении задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей

Контрольная точка - в форме Контрольной работы (письменная).

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Пользуясь свойствами определителей и теоремой Лапласа вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & -3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти ранг матрицы $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Найти матрицу, обратную для матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$.

Вариант заданий контрольной работы №2

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, выполнить проверку правильности

$$\text{решения: } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 1 \\ 5x_1 + x_3 = -1 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, выполнить проверку правильности

$$\text{решения: } \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 1 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$$

3. Методом Гаусса найти общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений,

$$\text{выполнить проверку правильности полученного частного решения: } \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 6 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 6 \end{cases}.$$

Вариант заданий контрольной работы №3

1. Выяснить, являются ли векторы $\vec{a}(3,6)$ и $\vec{b}(-1,2)$ коллинеарными.
2. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 8$, $\varphi = 135^\circ$.
3. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ и угол между векторами $\vec{a}(1,2,3)$ и $\vec{b}(-1,0,1)$.
4. Найти значение коэффициента k , при котором векторы $\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q}$ и $\vec{b} = 5\vec{p} + k\vec{q}$ ортогональны, если векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$ не коллинеарные.
5. Найти векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b}$ и синус угла между векторами $\vec{a}(-2,1,4)$ и $\vec{b}(3,0,-1)$.
6. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} + 6\vec{q}$, где $\vec{p}$ и $\vec{q}$ - векторы длины 2, угол между которыми равен 60° .
7. Даны векторы $\vec{a}(3,2,2)$, $\vec{b}(4,-1,5)$ и $\vec{c}(0,-7,5)$. Найти смешанное произведение $\left(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \right)$.
12. При каком значении λ векторы $\vec{a}(0,\lambda,2)$, $\vec{b}(1,2\lambda,0)$ и $\vec{c}(3,4,1)$ компланарные.

Вариант заданий контрольной работы №4

1. Дан параллелограмм $ABCD$, три вершины которого заданы $A(-2,-1,5)$, $B(-3,1,3)$, $C(5,4,-2)$. Найти четвертую вершину и острый угол параллелограмма.
2. Найти длину высоты AD в треугольнике с вершинами $A(3,5)$, $B(2,-4)$, $C(-2,1)$ и написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки C на прямую AB .
3. Найти угол между плоскостью $3x - 6y + 8z - 9 = 0$ и прямой, проходящей через начало координат и точку $M(2,-3,5)$. Вычислить расстояние между этой плоскостью и точкой.
4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $M(3,-4,2)$ на прямую $\frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{-6}$.
5. Построить кривые по заданным уравнениям: $(x-1)^2 + (x+2)^2 = 9$, $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$, $y^2 = 7x$.

Вариант заданий контрольной работы №5

1. В некотором базисе даны вектора $a_1 = (1,2,1)$, $a_2 = (2,1,1)$, $a_3 = (-1,-2,1)$. Найти все значения m , при которых вектор $b = (2,3,m)$ линейно выражается через векторы a_1, a_2, a_3 .
2. Выяснить является ли систем векторов линейно зависимой:
 $a_1 = (-1,7,1,-2)$, $a_2 = (2,3,2,1)$, $a_3 = (4,4,4,-3)$, $a_4 = (1,6,-1,1)$.
3. Выяснить ранг и указать какой-нибудь базис системы векторов:
 1) $a_1 = (1,2,1)$, $a_2 = (2,1,3)$, $a_3 = (1,5,0)$, $a_4 = (2,-2,4)$;
 2) $a_1 = (1,1,4,2)$, $a_2 = (1,-1,-2,4)$, $a_3 = (0,2,6,-2)$, $a_4 = (-3,3,3,-12)$, $a_5 = (-1,0,-4,-3)$.
4. Выяснить, образуют ли базис трехмерного пространства R^3 векторы $a_1 = (1,1,1)$, $a_2 = (1,0,1)$, $a_3 = (2,1,2)$.
5. Найти фундаментальную систему решений однородной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \end{cases}.$$

6. В базисе $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ задан вектор $x = (4, 0, -12)$. Найти координаты этого вектора в базисе $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$, где $e'_1 = e_1 + 2e_2 + e_3$, $e'_2 = 2e_1 + 3e_2 + 4e_3$, $e'_3 = 3e_1 + 4e_2 + 3e_3$.

7. Дана матрица $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ перехода от базиса $B = \{e_1, e_2\}$ к базису $B' = \{e'_1, e'_2\}$. Найти координаты векторов e_1, e_2 в базисе B' .

8. Дана матрица $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ перехода от базиса $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ к базису $B' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$. Найти координаты вектора e'_2 в базисе B .

Вариант заданий контрольной работы №6

1. Нормировать вектор x , заданный в ортонормированном базисе соответствующего евклидова пространства: $x = 4e_1 - 2e_2 + 2e_3 - e_4$.

2. Определить угол между векторами $x = \sqrt{7}e_1 + \sqrt{5}e_2 + \sqrt{3}e_3 + e_4$ и $y = \sqrt{7}e_1 + \sqrt{5}e_2 + e_3 - e_4$, заданными в ортонормированном базисе.

3. Проверить, что векторы $x = (3, 1, 2)$ и $y = (-1, 1, 1)$ ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса пространства E^3 .

Вариант заданий контрольной работы №7

1. Выяснить, является ли оператор $\varphi(z)$ линейным, если вектор $z = (z_1, z_2, z_3)$:
 $\varphi(z) = (z_2 - 2z_3; z_1 + z_2; z_1)$.

2. Линейный оператор φ задан матрицей A_φ . Найти координаты вектора $y = \varphi(x)$ в этом же базисе:

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad x = (2, 4, -1).$$

3. В пространстве L действует линейный оператор φ , заданный в базисе $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ матрицей

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad \text{Найти координаты: образа вектора } x = (1, 4, 1)_B; \text{ прообраза вектора } y = (1, 2, 3)_B.$$

4. Найти матрицу A'_φ линейного оператора φ в базисе $B' = \{e'_1, e'_2\}$, заданного матрицей A_φ в базисе

$$B = \{e_1, e_2\}: A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad e'_1 = -2e_1 + e_2, \quad e'_2 = 2e_1 - 3e_2.$$

5. Пусть оператор φ в базисе $B = \{e_1, e_2\}$ имеет матрицу $A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, а оператор ψ в базисе

$$B' = \{e'_1, e'_2\}, \quad \text{где } e'_1 = -7e_1 + 5e_2, \quad e'_2 = -8e_1 + 6e_2 \text{ имеет матрицу } A'_\psi = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицы операторов $\varphi + \psi$ и $\varphi \cdot \psi$ в базисе $B' = \{e'_1, e'_2\}$.

6. Найти собственные значения и собственные векторы оператора φ , заданного матрицей

$$A_{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вариант заданий контрольной работы №8

1. Привести квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = -16x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$ к каноническому виду методом Лагранжа.

2. Привести квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$ к каноническому виду ортогональным преобразованием.

3. Исследовать квадратичную форму $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$ на знакоопределенность.

4. При каких значениях параметра a данная квадратичная форма

$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3$ является знакоопределенной.

Критерии оценивания:

Обозначение проблемы и обоснование её актуальности; краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему; логичное изложение собственной позиции, полное раскрытие темы; соблюдение требований к объёму, формулировка выводов:

0 – 1 ошибка – 5 баллов

2 – 4 ошибки – 4 балла

5 – 8 ошибок – 3 балла

Более 8 ошибок – работа не зачтена.

5.3 ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы 1,2 семестр

Итоговый тест (с ответами) для проверки сформированности компетенций

ОПК-1. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.

1. Прочитайте текст и выберите правильный ответ Определить плоскость, непараллельную плоскости OYZ

- 1) $3y=6$ 2) $0x+0y+z=2$ 3) $x=1$ 4) $z=1$

Правильный ответ 3

2. Прочитайте текст и выберите правильный ответ Выбрать пространство, которое не является евклидовым

- 1) $C[a, b]$ 2) R^n 3) V^n 4) M_{mn}

Правильный ответ 4

3. Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Определить собственные значения линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- 1) 0 2) 2 3) 3 4) -1

Правильный ответ 2

4. Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Определить при каком значении m векторы $\vec{a} = \{2; 5; 27\}$, $\vec{b} = \{m; 1; 7\}$ и $\vec{c} = \{1; 1; 3\}$ будут компланарны?

- 1) 0 2) 1,75 3) -0,5 4) 7

Правильный ответ 1

5. Прочитайте текст и выберите правильный ответ. При каких значениях $(\alpha; \beta)$ векторы $\vec{a} = \{2; \alpha; -4\}$ и $\vec{b} = \{-1; 1; \beta\}$ будут коллинеарны?

- 1) $(-2; 2)$ 2) $(1; -1)$ 3) $(2; -2)$ 4) $(-1; 1)$

Правильный ответ 1

5. Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Определить при каком m векторы $\vec{a} = \{2; 5; -1\}$ и $\vec{b} = \{m; 1; 7\}$ ортогональны?

- 1) 0 2) 7 3) 1 4) -1

Правильный ответ 3

7. Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Определить вектор, не являющийся ортом

- 1) $\{1; 0; 0\}$ 2) $\{1; 1; 1\}$ 3) $\left\{0; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$ 4) $\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{-1}{\sqrt{3}}; \frac{-1}{\sqrt{3}}\right\}$

Правильный ответ 2

8. Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Определить скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3; 1; 4\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 0\}$

- 1) 5 2) 11 3) 1 4) 6

Правильный ответ 1

9. Прочитайте текст и выберите правильный ответ. . Определить сумму двух векторов $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$

- 1) $\{2; 3; 2\}$ 2) $\{3; 3; 3\}$ 3) 7 4) $\{2; 1; 5\}$

Правильный ответ 4

- 1) 0 2) -6; 3) 6; 4) 3

Правильный ответ 4

П 11. Установите соответствие Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

р
о
ч
и
т
а
й
т
9) Задача: Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

1) $\begin{pmatrix} -0,75 & 0,25 & 0,5 \\ 0,5 & -0,5 & 0 \\ 1,25 & 0,25 & -0,5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -0,75 & 0,5 & 1,25 \\ 0,25 & -0,5 & 0,25 \\ 0,5 & 0 & -0,5 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} -12 & 4 & 8 \\ 8 & -8 & 0 \\ 20 & 4 & -8 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & -1/3 & 1/3 \\ 1 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$

Правильный ответ 1

12. Установите Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов.

6) Задача: Найти размерность произведения матриц $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

1) 2×2 2) 4×4 3) 2×3 4) 3×2

Правильный ответ 3

13. Установите соответствие: Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

В) Задача: Выполнить действие $2AE - EA$, где E – единичная матрица, а $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

6) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}$

Правильный ответ 1

Р4. Установите соответствие: Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

И) Задача: Выполнить действие $2A$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$

9) $\begin{pmatrix} 23 & 20 \\ 24 & -25 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 8 & -10 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

п
р
а
в
20

Правильный ответ 2

15. Установите соответствие: Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Выполнить действие $A \cdot B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

- 1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

Правильный ответ 3

УК-1.4. Применяет математический инструментарий для решения экономических задач.

16. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже. Среди свойств смешанного произведения указать лишнее:

Правильный ответ: неравенство треугольника

17. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.

Определить, какой объект не соответствует линейной форме $x = 2y$

Правильный ответ точка

18. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.: Указать свойство векторного произведения:

Правильный ответ абсолютная однородность

19. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже: Определить тип кривой второго порядка, заданного в полярной системе координат

$$r = \frac{3}{2 - \cos \varphi}$$

П

20. Установите соответствие Уравнение прямой на плоскости имеет вид

Ответы: 1).общее ; 2).в отрезках 3).с угловым коэффициентом

в). $Ax + By + C = 0$; б). $= + 1$ в y а x ; в). $y = kx + b$; 4).проходящей через данную г). $y - y_0 = k(x - x_0)$; точку в данном направлении; 5).проходящей через две данные д). ; 12 1 12 1 xx xx yy yy — — = — — точки; е). $Ax + C = 0$; ж). $Ax + By = 0$.

ь П

21. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.:

Векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых, называются:

й П

22. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.:

Матрица, у которой число строк равно числу столбцов, называется...

Правильный ответ: квадратная

23. Закончите фразу. Ответ следует записать с маленькой буквы, в именительном падеже.:

Расстояние между началом и концом вектора называется его

Правильный ответ длина; абсолютная величина;

24. Установите соответствие. Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 10 & -4 \end{pmatrix}$.

- 1) -10 2) 0 3) 10 4) 20

Правильный ответ 1

25. Установите соответствие. Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Решить неравенство $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & x \end{vmatrix} > 0$

- 1) $x < 2$ 2) $x = 2$ 3) $x < -2$ 4) $x > -2$

Правильный ответ-4

26. Установите соответствие. Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов:

Задача: Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ -2 & 2 & 4 \end{vmatrix}$:

- 1) 3 2) 12 3) 10 4) -12

Правильный ответ: 4

27. Установите соответствие. Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Вычислить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 6 & -9 \\ 4 & 5 & -12 \end{pmatrix}$.

- 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

Правильный ответ 3

28. Установите соответствие. Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Транспонировать матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$
- 3) $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$

Правильный ответ 2

29. Установите соответствие: Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 0

Правильный ответ 3

30. Установите соответствие.: Соотнести решение задачи с одним из вариантов ответов

Задача: Решить неравенство $\begin{vmatrix} 9 & x \\ -3 & 1 \end{vmatrix} > 0$

- 1) $x \leq 3$ 2) $x = 3$ 3) $x < -3$ 4) $x > -3$

Правильный ответ: 4

Инструкция по выполнению. При ответе на вопросы:

Выбрать один правильный ответ. Дополнить фразу, сопоставить, установить последовательность

Вопросы для самостоятельной подготовки к экзамену и зачету

Вопросы для подготовки к зачету с оценкой:

1. Понятие множества, способы задания и графического представления
2. Виды числовых множеств
3. Определение произвольной матрицы. Сложение матриц и умножение на число, свойства этих операций.
4. Операции транспонирования и произведения матриц.
5. Ранг матрицы. Вырожденная, обратная матрицы.
6. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Характеристический многочлен.
7. Понятие определителя. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков.
8. Основные свойства определителей.
9. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа о разложении определителя.
10. Нахождение обратной матрицы.
11. Основные понятия и определения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Теорема Кронекера-Капелли.
12. Однородная система линейных уравнений и теоремы о ее решениях.
13. Метод Гаусса решения СЛАУ.
14. Метод Крамера решения СЛАУ.
15. Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы
16. Уравнение линии. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой через одну (с заданным угловым коэффициентом) и две заданные точки.
17. Уравнение прямой в отрезках на осях. Нормальное уравнение прямой

18. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
19. Линии 2-го порядка. Эллипс, его параметры. Окружность.
20. Гипербола, парабола и их параметры.
21. Понятие вектора в пространстве. Коллинеарность векторов. Компланарность векторов.
22. Операции на векторах в пространстве.
23. Общее уравнение поверхности и линии в пространстве.
24. Уравнение плоскости в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
25. Уравнение прямой в пространстве в общем виде. Направляющий вектор, каноническое и параметрическое уравнение прямой.
26. Условия параллельности и перпендикулярности 2-х прямых и прямой, и плоскости в пространстве.
27. Векторное пространство: понятие n -вектора, операции суммы векторов и произведения вектора на число, свойства операций.
28. Скалярное произведение векторов и его свойства. Ортогональность векторов
29. Векторное произведение векторов и его свойства.
30. Смешанное произведение векторов и его свойства.
31. Система векторов и ее линейная зависимость и независимость.
32. Линейное пространство и его базис.
33. Разложение вектора, по базису.
34. Понятие линейного оператора и его матрицы.
35. Определение функции. Способы задания функции.
36. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы.
37. Односторонние пределы.
38. Непрерывность функции в точке.
39. Непрерывность функции в интервале. Действия с непрерывными функциями.
40. Разрывы функции. Классификация разрывов
41. Производная функции. Геометрический смысл производной.
42. Теоремы о производной суммы, произведения и частного.
43. Производная сложной и обратной функции. Понятие о логарифмической производной.
44. Дифференциал, связь дифференциала и приращения функции.
45. Производные и дифференциалы высших порядков.
46. Производные основных элементарных функций. Теорема Ферма.
47. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа.
48. Теорема Коши. Формулы Тейлора и Маклорена.
49. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя.
50. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла
51. Непосредственное интегрирование. Метод подстановки.
52. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
53. Интегрирование различных функций (рациональных дробей, иррациональностей, тригонометрических функций). Универсальная тригонометрическая подстановка.
54. Определенный интеграл. Интегральная сумма Римана
55. Связь неопределенного интеграла с определенным. Формула Ньютона-Лейбница.
56. Свойства определенного интеграла.
57. Вычисление определенного интеграла по частям. Вычисление определенного интеграла по частям и заменой переменной
58. Практические приложения определенного интеграла.
59. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода
60. Функции нескольких переменных. (ФНП). Определение, область существования. Линии уровня.
61. Предел и непрерывность ФНП
62. Частные производные 1-го порядка. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
63. Частные производные высших порядков. Смешанные производные.
64. Экстремумы функции 2-х переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
65. Условный экстремум
66. Градиент функции двух переменных. Производная по направлению.
67. Дифференциальные уравнения 1 –го порядка
68. Линейные дифференциальные уравнения 2 –го порядка
69. Числовые ряды.

70. Степенные ряды.

Типовые задания на зачет с оценкой:

Решить задачу:

1) Вычислить норму $\| [3a - b, 7b - 2a] \|$, если $\|a\| = 2, \|b\| = 3, \varphi = \frac{\pi}{3}$

2

3

4) Определить тип кривой и найти ее характеристики

$$16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0;$$

5) Вычислить
$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & y & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & z & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b \end{vmatrix}$$

6) Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 2x - y = (-1, 0, 0) \\ x + 2y - z = (-2, -2, 1) \\ y + z = (-2, -5, 0) \end{cases}$$

7) Достроить базис до ортогонального $\vec{x} = \{0; 4; -1\}, \vec{y} = \{4; 1; 4\}$

8

9

10) Проверить, лежат ли точки в одной плоскости, если A(2,1,-1), B(0,0,0), C(1,1,-1), D(3,2,-1).

1

12). Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x} \right)^x$

13). Исследовать на непрерывность функцию $y = e^{\frac{1}{x-1}}$

14) Вычислить производную $y = x^2 e^{x^3} \sin 5x$

15) Найти градиент и его величину в точке M(e;1) для функции $y = \ln(xy^2)$

16) Вычислить $\frac{\partial z}{\partial u}$, если $z = \ln \frac{x}{y}; \begin{cases} x = u + 3v \\ y = u * v^2 \end{cases}$

17) Найти локальный экстремум $z = 2y^3 + x^2y + 5y^2 + x^2 - 1$

18) Найти условный экстремум $\begin{cases} z = x + y \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases}$

19) Записать первые четыре члена ряда и исследовать ряд на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$$

20) Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = x \cdot e^{2x+3}$

Неопределенные, определенные и несобственные интегралы

21). Найти неопределенные интегралы.

1. а) $\int \frac{2 + \ln(x-1)}{x-1} dx;$ б) $\int (1 + 3x^2) \sin x dx;$ в) $\int \frac{x+1}{x^3-1} dx;$ г) $\int \frac{\sin x}{5+3 \sin x} dx$

2. а) $\int \frac{x + \arctg 2x}{1+4x^2} dx;$ б) $\int x \ln^2 x dx;$ в) $\int \frac{2x^3-1}{x^2+x-6} dx;$ г) $\int \sqrt{\frac{2-x}{x-6}} dx$

3. а) $\int \frac{1 - \sqrt{2 + \ln x}}{x} dx;$ б) $\int x^2 \cos^2 x dx;$ в) $\int \frac{x+3}{x^3+x^2-2x} dx;$ г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(4x+1)^2 + \sqrt{4x+1}}}$

22) Вычислить определенные интегралы.

1. а) $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx;$ б) $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx$

$$2. \text{ а) } \int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x \ln \cos x \, dx; \quad \text{ б) } \int_1^8 \frac{\ln^2 x}{\sqrt[3]{x^2}} \, dx$$

$$3. \text{ а) } \int_0^1 \frac{3 \operatorname{arctg} x - x}{1+x^2} \, dx; \quad \text{ б) } \int_0^{1/2} x \ln(1-x^2) \, dx$$

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ

Комплект оценочных средств хранится на кафедре, подлежит обновлению по мере необходимости. Для промежуточной аттестации в виде экзамена каждое ОС по дисциплине обновляется и утверждается за 14 дней до начала сессионного периода и хранится в недоступном месте от несанкционированного доступа. Ответственность несет кафедра.

Порядок проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по ОПОП регламентируются Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Текущий контроль успеваемости является формой контроля качества знаний обучающихся, осуществляемого в межсессионный период обучения с целью определения качества освоения ОПОП.

Текущий контроль успеваемости осуществляется: на лекциях, практических (семинарских) занятиях, в рамках контроля самостоятельной работы.

Обучающиеся заранее информируются о критериях и процедуре текущего контроля успеваемости преподавателями по соответствующей учебной дисциплине (модуля).

Успеваемость при текущем контроле характеризует объем и качество выполненной обучающимся работы по дисциплине (модулю).

Педагогические виды и формы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости обучающихся, определяются методической комиссией кафедры. Выбираемый вид текущего контроля обеспечивает наиболее полный и объективный контроль (измерение и фиксирование) уровня освоения результатов обучения по дисциплине.

Преподаватели предоставляют сведения о текущей успеваемости обучающихся в рамках проведения текущей аттестации в семестре в деканаты/ учебный отдел института в сроки, определенные внутренними распорядительными документами института.

В целях обеспечения текущего контроля успеваемости преподаватель проводит консультации.

Преподаватель, ведущий занятия семинарского типа, проводит аттестацию обучающихся за прошедший период. Аттестация проводится, если проведено не менее 3 практических (семинарских) или лабораторных занятий, в установленные деканатом сроки, не реже 1 раза за учебный семестр. Обучающиеся аттестуются путем выставления в соответствующую групповую ведомость записей по системе: «аттестован» или «не аттестован».

Преподаватель, проставляя итоги текущей аттестации, доводит результаты аттестации до сведения студенческой группы и объясняет причины отрицательной аттестации по запросу обучающегося.

При аттестации обучающихся учитываются следующие факторы:

- результаты работы на занятиях, показанные при этом знания по дисциплине (модулю), усвоение навыков практического применения теоретических знаний, степень активности на практических (семинарских) занятиях;
- результаты и активность участия в семинарах и коллоквиумах;
- результаты выполнения контрольных работ;
- результаты и объем выполненных заданий в рамках самостоятельной работы обучающихся;
- результаты личных бесед со студентами по материалу учебной дисциплины (модуля);
- посещение студентами, семинарских и практических занятий, лабораторных работ;
- своевременная ликвидация задолженностей по пройденному материалу, возникших

вследствие пропуска занятий либо неудовлетворительных оценок по результатам работы на занятиях.

– результаты прохождения контрольных точек по дисциплине.

Промежуточная аттестация обучающихся института является формой контроля результатов обучения по дисциплине с целью комплексного определения соответствия уровня и качества знаний, умений и навыков обучающихся требованиям, установленным образовательной программой.

Формирование оценки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины осуществляется с использованием пятибалльной системы оценки знаний обучающихся.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций Процедуры оценивания включают в себя текущий контроль и промежуточную аттестацию.

Текущий контроль успеваемости проводится с использованием оценочных средств, представленных в п. 5 данного приложения. Результаты текущего контроля доводятся до сведения студентов до промежуточной аттестации. Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена и зачета с оценкой. Экзамен проводится по расписанию экзаменационной сессии в письменном виде. Количество вопросов в экзаменационном задании – 30. Проверка ответов и объявление результатов производится в день экзамена. Результаты аттестации заносятся в экзаменационную ведомость и зачетную книжку студента. Студенты, не прошедшие промежуточную аттестацию по графику сессии, должны ликвидировать задолженность в установленном порядке.

7.ОСОБЕННОСТИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ

Адаптированные оценочные материалы содержатся в адаптированной ОПОП. Обучение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья при необходимости осуществляется на основе адаптированной рабочей программы с использованием специальных методов обучения и дидактических материалов, составленных с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся (обучающегося).

Самостоятельная работа обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов позволяет своевременно выявить затруднения и отставание и внести коррективы в учебную деятельность. Конкретные формы и виды самостоятельной работы обучающихся лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов устанавливаются преподавателем. Выбор форм и видов самостоятельной работы, обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов осуществляется с учетом их способностей, особенностей восприятия и готовности к освоению учебного материала. Формы самостоятельной работы устанавливаются с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге или на компьютере, в форме тестирования, электронных тренажеров и т.п.).

Основные формы представления оценочных средств – в печатной форме или в форме электронного документа. Для обучающихся с нарушениями зрения предусматривается возможность проведения текущего и промежуточного контроля в устной форме. Для обучающихся с нарушениями слуха предусматривается возможность проведения текущего и промежуточного контроля в письменной форме.

Таблица 7.1. Категории обучающихся с ОВЗ, способы восприятия ими информации и методы их обучения.

Категории обучающихся по нозологиям		Методы обучения
с нарушениями и зрения	Слепые. Способ восприятия информации: осязательно-слуховой	Аудиально-кинестетические, предусматривающие поступление учебной информации посредством слуха и осязания. Могут использоваться при условии, что визуальная информация будет адаптирована для лиц с нарушениями зрения: визуально-кинестетические, предполагающие передачу и восприятие

	Слабовидящие. Способ восприятия информации: зрительно-осязательно-слуховой	учебной информации при помощи зрения и осязания; аудио-визуальные, основанные на представлении учебной информации, при которых задействовано зрительное и слуховое восприятие; аудио-визуально-кинестетические, базирующиеся на представлении информации, которая поступает по зрительному, слуховому и осязательному каналам восприятие.
С нарушениями и слуха	Глухие. Способ восприятия информации: зрительно-осязательный	визуально-кинестетические, предполагающие передачу и восприятие учебной информации при помощи зрения и осязания. Могут использоваться при условии, что аудиальная информация будет адаптирована для лиц с нарушениями слуха: аудио-визуальные, основанные на представлении учебной информации, при которых задействовано зрительное и слуховое восприятие;
	Слабослышащие. Способ восприятия информации: Зрительно-осязательно-слуховой	аудиально-кинестетические, предусматривающие поступление учебной информации посредством слуха и осязания; аудио-визуально-кинестетические, базирующиеся на представлении информации, которая поступает по зрительному, слуховому и осязательному каналам восприятие.
С нарушениями и опорно-двигательного аппарата	Способ восприятия информации: зрительно-осязательно-слуховой	— визуально-кинестетические; — аудио-визуальные; — аудиально-кинестетические; — аудио-визуально-кинестетические.

Таблица 7.2. – Способы адаптации образовательных ресурсов.

Условные обозначения:

«+» —образовательный ресурс, не требующий адаптации;

«АФ» — адаптированный формат к особенностям приема-передачи информации обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ формат образовательного ресурса, в том числе с использованием специальных технических средств;

«АЭ»— альтернативный эквивалент используемого ресурса

Категории обучающихся по нозологиям		Образовательные ресурсы				
		Электронные				Печатные
		мультимедиа	графические	аудио	текстовые, электронные аналоги печатных изданий	
С нарушениями зрения	Слепые	АФ	АЭ (например, создание материальной модели графического объекта (3Dмодели)	+	АЭ (например, аудио описание)	АЭ (например, печатный материал, выполненный рельефно-точечным шрифтом Л. Брайля)
	Слабовидящие	АФ	АФ	+	АФ	АФ
С нарушениями слуха	Глухие	АФ	+	АЭ (например, текстовое описание, гиперссылки)	+	+
	Слабослышащие	АФ	+	АФ	+	+

С нарушениями опорно-двигательного аппарата	+	+	+	+	+
---	---	---	---	---	---

Таблица 7.3. - Формы контроля и оценки результатов обучения инвалидов и лиц с ОВЗ

Категории обучающихся по нозологиям	Форма контроля и оценки результатов обучения
С нарушениями зрения	– устная проверка: дискуссии, тренинги, круглые столы, собеседования, устные коллоквиумы и др.; – с использованием компьютера и специального ПО: работа с электронными образовательными ресурсами, тестирование, рефераты, курсовые проекты, дистанционные формы, если позволяет острота зрения - графические работы и др.
С нарушениями слуха	– письменная проверка: контрольные, графические работы, тестирование, домашние задания, эссе, письменные коллоквиумы, отчеты и др.; – с использованием компьютера и специального ПО: работа с электронными образовательными ресурсами, тестирование, рефераты, курсовые проекты, графические работы, дистанционные формы и др.
С нарушениями опорно-двигательного аппарата	письменная проверка, с использованием специальных технических средств (альтернативных средства ввода, управления компьютером и др.): контрольные, графические работы, тестирование, домашние задания, эссе, письменные коллоквиумы, отчеты и др.; устная проверка, с использованием специальных технических средств (средств коммуникаций): дискуссии, тренинги, круглые столы, собеседования, устные коллоквиумы и др.; с использованием компьютера и специального ПО (альтернативных средств ввода и управления компьютером и др.): работа с электронными образовательными ресурсами, тестирование, рефераты, курсовые проекты, Графические работы, дистанционные формы - предпочтительнее обучающимся, ограниченным в передвижении и др.

7.1. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ

Текущий контроль и промежуточная аттестация обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ осуществляется с использованием оценочных средств, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации, в том числе с использованием специальных технических средств.

Текущий контроль успеваемости для обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ направлен на своевременное выявление затруднений и отставания в обучении и внесения коррективов в учебную деятельность. Возможно осуществление входного контроля для определения его способностей, особенностей восприятия и готовности к освоению учебного материала.

7.2. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ

Форма промежуточной аттестации устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.). При необходимости обучающимся предоставляется дополнительное время для подготовки ответа. Промежуточная аттестация, при необходимости, может проводиться в несколько этапов. Для этого рекомендуется использовать рубежный контроль, который является контрольной точкой по завершению изучения раздела или темы дисциплины, междисциплинарного курса, практик и ее разделов с целью оценивания уровня освоения программного материала. Формы и срок проведения рубежного контроля определяются